algèbre - analyse

nombre dérivé et dérivée d'une fonction de degré 2

Capacités

* Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d’une fonction.

# Exemple : éclairement produit par un puits de lumière

On veut éclairer le salon d’une maison avec la lumière naturelle du soleil. On cherche donc à installer un puits de lumière.

L’éclairement conseillé pour un salon est de $200lux$. On veut étudier les variations de cet éclairement. L’éclairement $E$ (en $lux$) fourni par ce dispositif est donné en fonction du diamètre $x$ (en $cm$) par la relation :

$$E=0,08x^{2}$$

## Fonction $f\left(x\right)=x^{2}$



* La courbe $C$ est la courbe représentative de la fonction $f$ définie sur $R$ par :

$$f\left(x\right)=x^{2}$$

* Les points $M\_{1}$, $M\_{2}$, $M\_{3}$, $M\_{4}$ sont les points de $C$ d’abscisses $-2$, $-1$, $1$, $2$.
* Les droites $T\_{1}$, $T\_{2}$, $T\_{3}$, $T\_{4}$ sont les tangentes à $C$ en $M\_{1}$, $M\_{2}$, $M\_{3}$, $M\_{4}$.
* Consigne 1.a : quelle est la tangente au point $O$ à la courbe ?

## Equation de droite et coefficient directeur

Le coefficient directeur d’une droite par des points $A$ et $B$ se calcule par :

$$a=\frac{y\_{B}-y\_{A}}{x\_{B}-x\_{A}}$$

* Consigne 1.b : écrire l’équation de droite de cette tangente, en déduire son coefficient directeur.

L’équation de droite de l’axe est :

La coefficient directeur de l’axe est .

* Consigne 1.c : déterminer les coefficients directeurs des droites $T\_{1}$, $T\_{2}$, $T\_{3}$, $T\_{4}$.

h

;;;

## Nombre dérivée

Le nombre dérivé de la fonction $f$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $C$ au point $A$ d’abscisse $x\_{A}$.

Le nombre dérivé de $f$ en $x\_{A}$ est noté :

$$f'\left(x\_{A}\right)$$

* Consigne 1.d : compléter le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{A}$$ | $$-2$$ | $$-1$$ | $$0$$ | $$1$$ | $$2$$ |
| $$f'\left(x\_{A}\right)$$ |  |  |  |  |  |

## Fonction dérivée de $f\left(x\right)=x^{2}$

Soit la fonction $g$ telle que :

$$g\left(x\right)=2x$$

* Consigne 1.e : compléter le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$-2$$ | $$-1$$ | $$0$$ | $$1$$ | $$2$$ |
| $$g\left(x\right)$$ |  |  |  |  |  |

* Consigne 1.f : déduire l’expression de $f'\left(x\right)$.

## Fonction dérivée de $h\left(x\right)=0,08∙x^{2}$

On détermine les valeurs du nombre dérivé de la fonction :

$$h\left(x\right)=0,08∙x^{2}$$

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$-2$$ | $$-1$$ | $$0$$ | $$1$$ | $$2$$ |
| $$h\left(x\right)$$ | $$-0,32$$ | $$-0,16$$ | $$0$$ | $$0,16$$ | $$0,32$$ |

* Consigne 1.g : déduire l’expression de $h'\left(x\right)$.
* Consigne 1.h : déduire l’expression de $h'\left(x\right)$ par rapport à $f'\left(x\right)$.

# Exemple : fonction $j\left(x\right)=2x^{2}+x$

La fonction dérivée de la fonction $j$ est telle que :

$$j'\left(x\right)=4x+1$$

Soit la fonction $k$ telle que :

$$k\left(x\right)=2x^{2}$$

* Consigne 2.i : déterminer l’expression de $k'\left(x\right)$.

La fonction dérivée d’une fonction $l$ ($l\left(x\right)=x$ est telle que :

$$l'\left(x\right)=1$$

* Consigne 2.j : déduire l’expression de $j'\left(x\right)$ par rapport à $k'\left(x\right)$ et $l'\left(x\right)$.

# Définitions

* $f$ est une fonction définie sur un intervalle $I$.
* $f’$ est la fonction dérivée de $f$.
* $x\_{A}$ est un nombre de $I$.
* $C$ est la courbe représentative de $f$.

## Nombre dérivé

Le nombre dérivé de $f$ en $x\_{A}$, noté $f'\left(x\_{A}\right)$, est le coefficient directeur de la tangente $T$ à $C$ en son point $A$ de coordonnées $\left(x\_{A},f\left(x\_{A}\right)\right)$.

## Fonction dérivée

La fonction dérivée (ou dérivée) de $f$ est la fonction, qui, à tout nombre $x$ de $I$, associe le nombre derivé $f'\left(x\right)$.

on note cette fonction $f'$.

# Tableau des dérivées

|  |  |
| --- | --- |
| fonction | fonction dérivée |
| $$f\left(x\right)=c$$ | $$f'\left(x\right)=0$$ |
| $$f\left(x\right)=ax$$ | $$f'\left(x\right)=a$$ |
| $$f\left(x\right)=ax+b$$ | $$f'\left(x\right)=a$$ |
| $$f\left(x\right)=x^{2}$$ | $$f'\left(x\right)=2∙x$$ |
| $$f\left(x\right)=u\left(x\right)+v\left(x\right)$$ | $$f'\left(x\right)=u'\left(x\right)+v'\left(x\right)$$ |
| $$f\left(x\right)=k∙u\left(x\right)$$ | $$f'\left(x\right)=k∙u'\left(x\right)$$ |

# Exercices

## $n\left(x\right)=3x+7$

* Soient $u\left(x\right)=3x$ et $v\left(x\right)=7$, écrire $u’\left(x\right)$ et $v’\left(x\right)$

 ;

* En déduire l’expression de $n’\left(x\right)$

## $p\left(x\right)=5x^{2}$

* Écrire l’expression de $p’\left(x\right)$

## $q\left(x\right)=5x^{2}+3x+7$

* Déterminer $q’\left(x\right)$